וקטורים תלויים זה בזה – וקטורים שאינם תלויים זה בזה

תלות בין שני וקטורים

☺ וקטור $\underline{a}$ **תלוי** בווקטור $\underline{b}$ אם קיים בינהם הקשר: $\underline{a} = t\underline{b}$. t סקלר.

- ♦ ניתן לומר ש $\underline{a}$ הוא צרוף לינארי של $\underline{b}$. או ש: $\underline{a}$ הוא קומבינציה לינארית של $\underline{b}$.
- ♦ קומבינציה = צרוף. לינארי = קו ישר. כלומר:

כאשר $\underline{a} = t\underline{b}$ נאמר ש:
$\underline{a}$ צרוף לינארי של $\underline{b}$ או
$\underline{a}$ קומבינציה לינארית של $\underline{b}$.

מעלה ראשונה.

1. בהצגה הגיאומטרית ראינו ש $\underline{a} = t\underline{b}$ אם ורק אם: א. ______________________
ב. __________ ג. ______________. הדבר נכון גם בווקטור אלגברי.

2. האם הווקטורים $\underline{u} = (-6,0,10)$,$\underline{v} = (3,0,5)$ תלויים זה בזה?

- ♦ נבדוק אם קיים סקלר t המקיים $\underline{u} = t\underline{v}$. נבנה 3 משוואות (בנעלם אחד):

1. $t.3 =$ ____ .2 $t.$__ $= 0$ .3 $t.$__ $=$ ____ ← $t =$ __ ← ____.

מחקו את המיותר: הווקטורים תלויים / לא תלויים זה בזה.

3. האם הווקטורים $\underline{a} = (-1,2)$,$\underline{b} = (6,12)$ תלויים זה בזה?

- ♦ נבדוק אם קיים סקלר t המקיים $\underline{b} = t\underline{a}$. נבנה 2 משוואות (בנעלם אחד):

1. $t.$__ $=$ ____ .2 $t.$__ $=$ ____ ← $t =$ __ ← ________________________.

מחקו את המיותר: הווקטורים תלויים / לא תלויים זה בזה.

4. במרובע ABCD, שיעורי הקודקודים הם: $A(3,5)$, $B(-1,0)$, $C(2,-7)$, $D(10,3)$.
הוכיחו שהמרובע ABCD הוא טרפז.

- ♦ כדי להוכיח שהמרובע ABCD טרפז עלינו להוכיח שרק שתיים מצלעותיו מקבילות זו לזו.
- ♦ רצוי לשרטט ציור (אין צורך לדייק בשרטוט).

$\overrightarrow{BC} = (\_\_,\_\_)$ $\overrightarrow{AD} = (\_\_,\_\_)$ $\overrightarrow{DC} = (\_\_,\_\_)$ $\overrightarrow{AB} = (\_\_,\_\_)$

יש / אין זוג צלעות מקבילות. המרובע ABCD הוא טרפז / אינו טרפז.

5. כאשר וקטור $\underline{a}$ תלוי בווקטור $\underline{b}$, ו $\underline{a}$, $\underline{b}$ שונים מ $\underline{0}$, גם וקטור $\underline{b}$ תלוי בווקטור $\underline{a}$.
נכון / לא נכון.

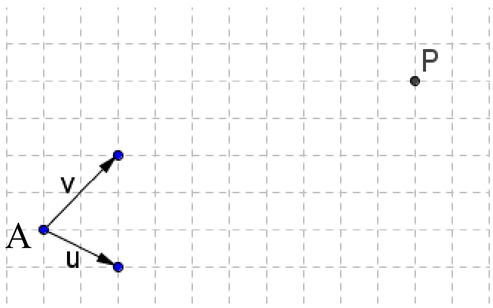
תלות בין שלושה וקטורים

☺ וקטור $\underline{a}$ **תלוי לינארית** בוקטורים $\underline{b}$ ו $\underline{c}$ אם קיים ביניהם הקשר: $\underline{a} = s\underline{b} + t\underline{c}$ כאשר s, t סקלרים.

☺ ניתן לומר גם ש: $\underline{a}$ הוא **צרוף לינארי** של $\underline{b}$ו $\underline{c}$, או: $\underline{a}$ הוא **קומבינציה לינארית** של $\underline{b}$ ו $\underline{c}$.

✎ משפט: שני וקטורים בעלי מוצא משותף, שאינם מקבילים זה לזה ואינם על אותו הישר פורשים מישור.

☺ נתונים הווקטורים $\underline{u}$, $\underline{v}$. באמצעות צרוף של הווקטורים $\underline{u}$, $\underline{v}$ נוכל להגיע לכל נקודה במישור.



6. איך צרוף לינארי של $\underline{u}$, $\underline{v}$ "יגיע" לנקודה P?

♦ נחבר את AP ונסמן: $\overrightarrow{AP} = \underline{w}$

נראה ש $\underline{w}$ הוא צרוף לינארי של $\underline{u}$, $\underline{v}$.

♦ נעביר דרך P מקבילים ל $\underline{u}$ ו $\underline{v}$.

♦ נמצא את הצרוף של $\underline{u}$, $\underline{v}$ המבטא את $\underline{w}$.

☺ על העיקרון ששני וקטורים שאינם תלויים זה בזה פורשים מישור, בנויה מערכת הצירים הדו ממדית (בעלת שני צירים x ו y). שני הצירים הם שני הווקטורים המאפשרים לנו להציג כל נקודה במישור הצירים.

☺ $\underline{b}$, $\underline{a}$ ו $\underline{c}$ תלויים זה בזה ($\underline{a} = s\underline{b} + t\underline{c}$), אם ורק אם:

א. $\underline{a}$ במישור הנפרש על ידי $\underline{b}$ ו $\underline{c}$. או ב . $\underline{a}$ במישור מקביל לזה הנפרש על ידי $\underline{b}$ ו $\underline{c}$. או ג. $\underline{a} = \underline{b} = \underline{c} = 0$.

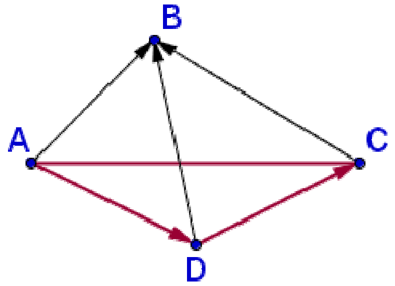
7. $\underline{u} = (1,10,0)$, $\underline{v} = (5,2,1)$, $\underline{w} = (1,-38,1)$. האם w תלוי ב u ו v?

♦ השאלה היא האם קיימים סקלרים t ו s כך ש: $\_\_ = t\_\_ + s\_\_$

1. $1 = \_\_\ \_\_ + \_\_\ \_\_$
2. $\_\_ = \_\_\ \_\_ + \_\_\ \_\_$
3. $\_\_ = \_\_\ \_\_ + \_\_\ \_\_$

♦ $s = \_\_$, $t = \_\_$

8. נתונה פירמידה ABCD. $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{w}$. BM = MC,
BN = ND.



הוכח כי הווקטור $\overrightarrow{MN}$ מקביל למישור ADC.

♦ השלימו את השרטוט.

יתכן שהווקטור $\overrightarrow{MN}$ מונח על מישור ADC ?

______________________________.

♦ הווקטור $\overrightarrow{MN}$ יקביל למישור ADC אם נוכל לבטא אותו כצרוף ליניארי של __ ו __.

1. $\overrightarrow{CD} = \_\_ - \_\_$ לפי משולש ___   2. $\overrightarrow{DB} = \_\_ - \_\_$ לפי משולש ___

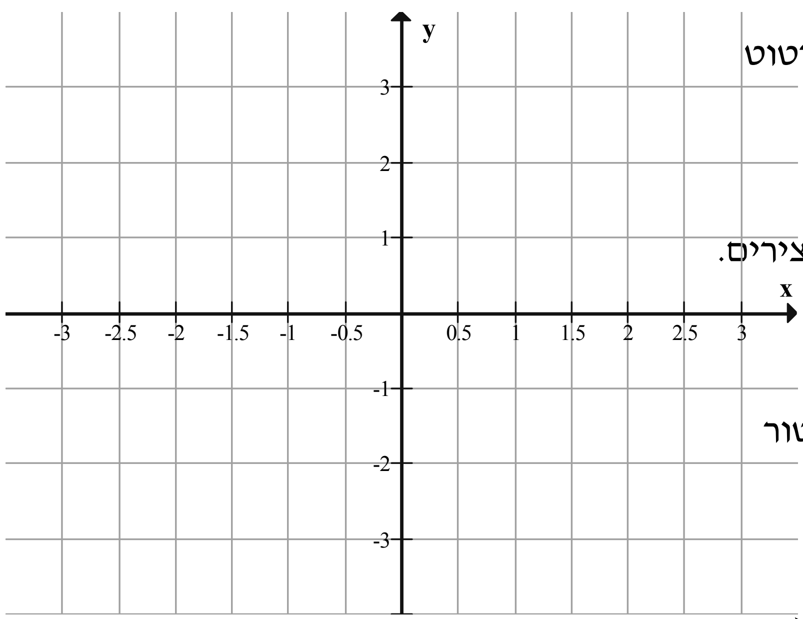
3.   4.

$$\overrightarrow{MN} = \frac{\_\_ - \_\_}{2}$$

העמקה:

☺ נאמר שווקטור פורש ישר אם באמצעות כפל הווקטור בסקלר (מספר ממשי) נוכל להגיע לכל וקטור על הישר.

9. נשרטט במערכת הצירים שבשרטוט את גרף הפונקציה $y = 2x + 1$



♦ סמנו את הנקודות $A(-0.5,0)$, $B(0,1)$ ו $C(1.5,4)$ במערכת הצירים. האם 3 הנקודות מונחות על הגרף ששרטטתם?

♦ המטרה שלנו: להראות שהווקטור $\overrightarrow{AC}$ הוא כפולה של הווקטור $\overrightarrow{AB}$.

♦ נעביר את הווקטורים $\overrightarrow{AB}$ ו $\overrightarrow{AC}$ לצורה אלגברית.

♦ $\overrightarrow{AB} = \_\_ - \_\_ = (\_,\_)$, $\overrightarrow{AC} = \_\_ - \_\_ = (\_,\_)$ ← $\overrightarrow{AC} = \_\_ \cdot \overrightarrow{AB}$.

♦ נבטא את שיעורי C באמצעות הווקטור $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AC} = A + \_\_ \cdot \overrightarrow{AB} = A + 4(-\_\_,\_\_) = (\_\_,\_\_)$$

☺ שני וקטורים שאינם תלויים זה בזה פורשים מישור.
כלומר, אם נתונים שני וקטורים שאינם תלויים זה בזה, ניתן לבטא באמצעותם כל וקטור שלישי באותו המישור.

10. האם הווקטור $\underline{a} = (6,3)$ תלוי בווקטורים $\underline{b} = (2,6)$ ו $\underline{c} = (-3,-9)$?

כן! $\underline{a}$, $\underline{b}$ ו $\underline{c}$ נמצאים במישור (דו ממדי). לכן, ניתן לקבל את a כצרוף לינארי של $\underline{b}$ ו $\underline{c}$.

נכון

נימוק:

לא נכון

נימוק:
אם ניתן לקבל את וקטור $\underline{a}$ מ $\underline{b}$ ו $\underline{c}$, קיימים שני סקלרים s ו t המקיימים $\underline{a} = t\underline{b} + s\underline{c}$. נחשב את ערכי t ו s: ______________________________
____

☑ תשובות: 1. א. $\underline{a}$, $\underline{b}$ על ישרים מקבילים. ב. $\underline{a}$, $\underline{b}$ על אותו הישר. ג. $\underline{a} = \underline{b} = \underline{0}$
2. $t = -2$. 3. הווקטורים תלויים זה בזה. הווקטורים לא תלויים זה בזה.
4. AB||DC. ABCD טרפז. 5. נכון. 6. $\underline{w} = \underline{v} - 4\underline{u}$ 7. $\underline{w} = 2\underline{u} + 3\underline{v}$ 8. לא יתכן.
$\overrightarrow{MN} = \frac{\underline{v} - \underline{u}}{2}$. כיוון ש $\overrightarrow{MN}$ 9. $\overrightarrow{AB} = (0.5,1)$, $\overrightarrow{AC} = (2,4)$, $\overrightarrow{AC} = 4 \cdot \overrightarrow{AB}$
10. לא נכון. המשפט אומר שכדי לפרוש מישור, על הווקטורים להיות לא תלויים זה בזה. $\underline{b}$, $\underline{c}$ תלויים זה בזה לא נמצא ערכי t ו s.

עבודה נעימה